

Kondensatoren I

Anwendung:
• Druckentlastungs-
membranen

- passives Bauelement

- speichern Energie im elektrostatischen Feld

- Kapazität = $\frac{\text{Ladung}}{\text{Spannung}}$

$$[C] = \frac{A \cdot s}{V} = F$$

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$Q = C \cdot U$$

- im Wechselstromkreis als Widerstand, bei sehr hohen Frequenzen wie nicht vorhanden

- im Einschaltmoment wie Kurzschluss

- im Gleichstromkreis als ∞ -Widerstand

Oberfläche $A \uparrow$

kleiner Abstand $d \downarrow$

Dielektrizitätszahl $\epsilon \uparrow$

} $\rightarrow$ Kapazität $C \uparrow$

$$C = \frac{\epsilon \cdot A}{d}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

Plattenkondensator

Dielektrikum $\rightarrow$ Induktion von Dipolen

$\rightarrow$ Gegenfeld

$\rightarrow$ Erhöhung der Kapazität

$$\Delta W = \Delta Q \cdot U$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

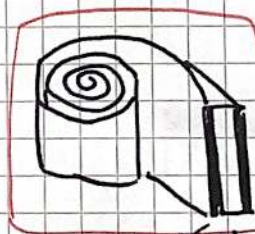
$$(W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2)$$

Elektrolytkondensator

- flüssig/fest Grenzfläche

- $> 10mF$

- schlechtes Frequenzverhalten



Anode

Kathode

Isolation

u. Papier geschützt in Elektrolyt



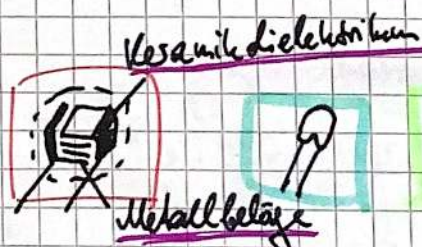
1mF - 1µF
1Ws

Keramik Kondensator

- $< 10\mu F$

- schlechtes Frequenzverhalten

- preiswert



Keramik Dielektrikum

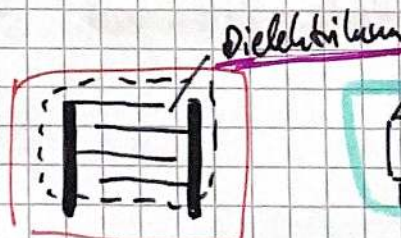
Metallbeläge

1nF - 1pF
1µWs

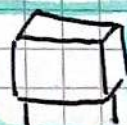
Folienkondensator

- 2pF - 10mF

- HF geeignet



Dielektrikum



1µF
1mWs

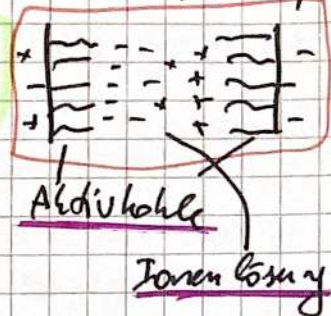
Kondensatoren II

• Elektrochemische Doppelschichtkondensator / SuperCap

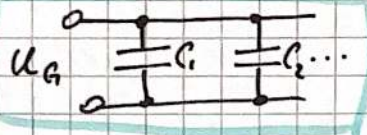
- Bew. von Ionen
- keine elektrochemischen Reaktionen

⚡ Batterie

1F - 1kF
1Wh



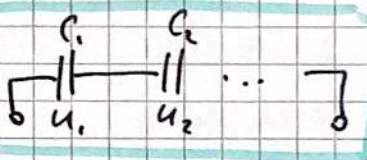
Parallelschaltung



$$Q_G = U_G \cdot \sum_{i=1}^n C_i$$

$$C_G = \sum_{i=1}^n C_i$$

Serienschaltung

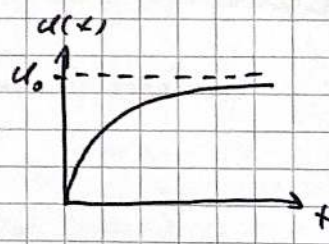
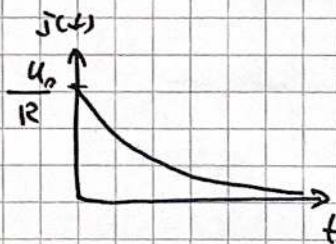


$$\frac{1}{C_G} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

Aufladeprozess:

$$I(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

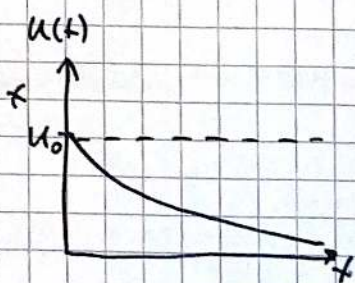
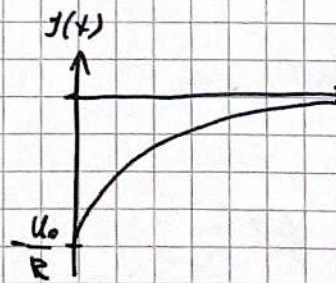
$$U(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}})$$



Entladeprozess:

$$I(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$U(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$



Charakteristische Zeit-const.

$$\tau = R \cdot C$$

(Strom auf $\frac{1}{e} \approx 37\%$ des Anfangswertes gefallen)
5τ = leer/voll

Feldtheorie u. Potenzial

Coulombsches Gesetz:

$$F = k \cdot \frac{Q_A \cdot Q_B}{r^2}$$

$$\vec{F} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r}$$

Arbeit:

$$\Delta W = F \cdot \Delta s$$

E-Feld: $\rightarrow \vec{E} := \lim_{Q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{Q}$

$$[E] = A^{-1} \cdot m \cdot kg \cdot s^{-2} = V \cdot m^{-1}$$

im E-Feld:

$$|W_{12}| = Q \cdot \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

geschlossener Umlauf:

$$|W_L| = Q \cdot \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} + Q \cdot \int_{P_2}^{P_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

wirbelfrei

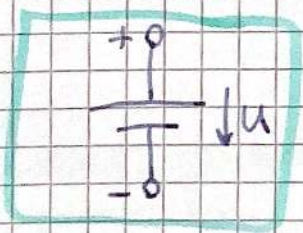
Spannung = Potentialdifferenz (pd)

Potenzial $\varphi(P) = - \int_{P_0}^P \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{s}$

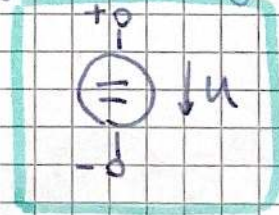
$$U_{21} = \varphi(P_2) - \varphi(P_1) = - \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$|W_{12}| = Q \cdot \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q \cdot U_{12}$$

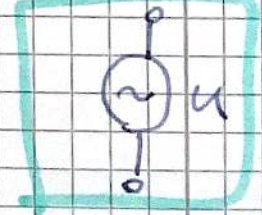
Batterie



Gleichspannung



Wechselspannung



gew. e⁻ nach Durchlaufen von U V:

$$v = \sqrt{2 \cdot U \cdot \frac{Q}{m}}$$

Ströme und Spannungen I

Ladungsdichte

$$\rho = \frac{\Delta Q}{\Delta V}$$

"Ladung pro Volumen"

$$\Delta Q = \rho \cdot V$$

$$J = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

$$\frac{1}{\sigma} = \rho$$

spezifischer Widerstand

Stromdichte
"I pro Fläche"

$$j_x = \frac{I}{\Delta y \cdot \Delta z} = \rho \cdot v_x$$

$$\vec{J} = \rho \cdot \vec{v}$$

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$$

σ : spezifische Leitfähigkeit

$$\sigma = -n_e \cdot q_e$$

$$e \cdot z_e \cdot n_e$$

(abhängig von) Ladungsdichte

Driftgeschw.

$$|\vec{v}_{max}| = \frac{|\vec{e}_0| \cdot |\vec{E}|}{m_e} \cdot T \rightarrow \vec{v}_D = -\mu_e \cdot \vec{E}$$

Zeit, um
mittlere freie Weglänge λ
zu durchlaufen

Beweglichkeit des e^-
(Materialconst)

$$\vec{v}_D = \frac{J}{n \cdot e_0 \cdot A}$$

Ohmsches Gesetz

$$U = R \cdot I$$

"URI"

$$\text{mit } R = \frac{L}{\sigma \cdot A} = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

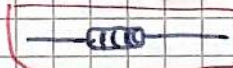
$$[R] = \frac{V}{A} = \Omega$$

$$G := \frac{1}{R}$$

$$[G] = \frac{1}{\Omega} = S$$

(Siemens)

• Metall-/Kohleschichtwiderstand



geringer Widerstand

• Drahtwiderstand



Kühlmark

(hohe Leistung)
(kleiner Widerstand)

• SMD-Widerstand

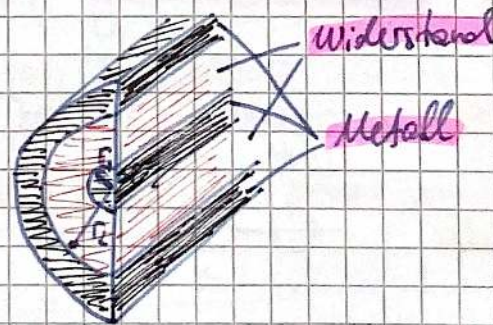


geeignet für Hochfrequenzanwendungen

Zylindrische Geometrie

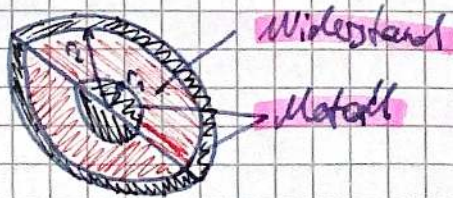
$$R = \frac{\rho}{2\pi \cdot L} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} dr$$

$$R = \frac{\rho}{2\pi \cdot L} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$



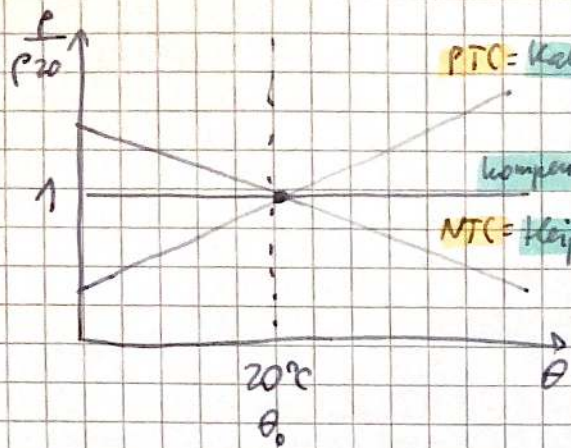
Kugelgeometrie

$$R = \frac{\rho}{4\pi L}$$



$$r_2 \gg r_1$$

Ströme u. Spannungen II



$$R(\theta) = R(\theta_0) \cdot (1 + \alpha_{\theta_0} \cdot (\theta - \theta_0))$$

$$W = \int_{t_1}^{t_2} U(t) \cdot I(t) dt$$

$$[W] = U \cdot A \cdot s = J$$

→ Gleichstrom: $W = U \cdot I \cdot t$

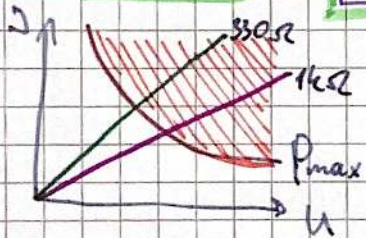
$$P = \frac{W}{t}$$

$$P(t) = U(t) \cdot I(t)$$

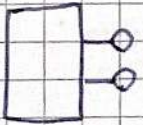
$$[P] = U \cdot A = \frac{J}{s} = W$$

→ Gleichstrom: $P = U \cdot I$

$$P = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$$

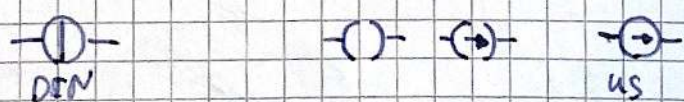


Zweipol: Bauelement, über Strom- u. Spannungscharakteristike zwischen zwei Anschlussklemmen vollständig beschreibbar

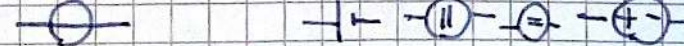
Black box:  Verhalten nach außen bekannt
innerer Aufbau unbekannt/uninteressant

Netzwerk: Zusammenschaltung von Zweipolen

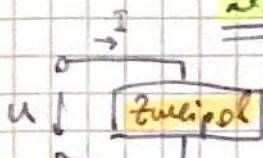
Stromquelle:



Spannungsquelle:

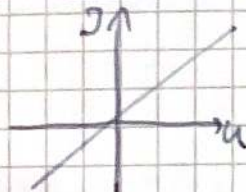


Ströme u. Spannungen III

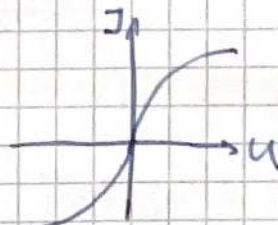


$$I = f(u)$$

$$u = f(I)$$



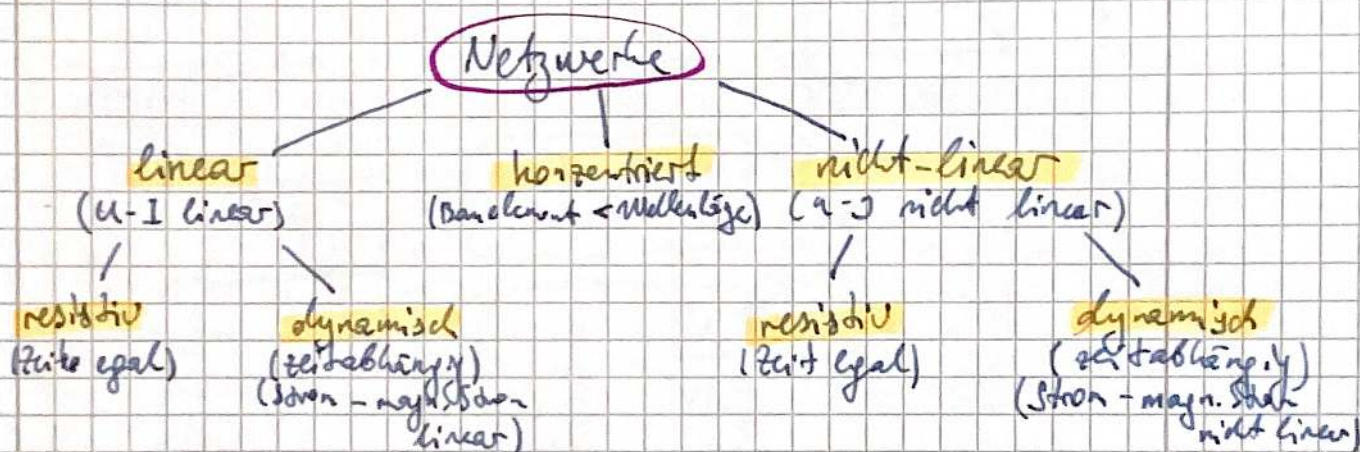
linear
(Ohmscher Widerstand)



nicht-linear
(Gleichrichter)

Kleinsignalverhalten: differentielle Betrachtung $\rightarrow$ Linearisierung an einem bestimmten Punkt

Netzwerk $\rightarrow$ Knoten: Verbindungspunkt
 $\rightarrow$ Zweig: Verbindung zweier Knoten durch Zweipole
 $\rightarrow$ Masche: geschlossener Weg, kein Zweig/Knoten mehrmals durchlaufen



(Z) Impedanz: Widerstand, wenn nur Widerstände in Schaltung
 (kapazitive u. induktive Elemente $\rightarrow$ komplexe Zahlen statt Magie)

$$k = \# \text{ Knoten}$$

$$z = \# \text{ Zweige}$$

Graph: Gebilde aus Zweigen u. Knoten, Knoten paarweise mit mind. einem Weg innerhalb des Graphen verbunden

Masche: in sich geschlossene Masche im Graph, jeder Knoten mit zwei Zweigen verbunden

linear unabhängige Maschen: die nächste Masche hat mind. einen neuen Zweig, der in der vorherigen nicht enthalten ist

vollständige Folge der l.u. Maschen: m genau einen Zweig m

$$m = \# \text{ l.u. Maschen}$$

$$m = z - k + 1$$

Baum: Teilgraph, der alle Knoten des "Übergraphen" enthält und keinen Umlauf hat!

Baum festgelegt $\Rightarrow$ vollständige Folge der l.u. Maschen festgelegt

Ströme u. Spannungen IV

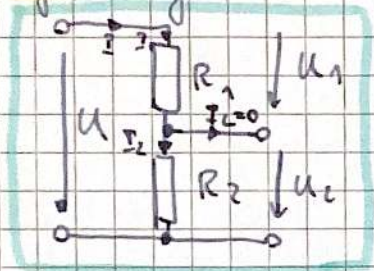
Kirchhoffsche Gesetze

Kirchhoff 1: $\sum_{i=1}^n J_i = 0$ am Knoten Zufluss $\oplus$
Abfluss $\ominus$

Kirchhoff 2: $\sum_{i=1}^n U_i = 0$ an Masche

Spannungsteiler:

unbelastet



$$U = (R_1 + R_2) \cdot J$$

$$U_2 = R_2 \cdot J_2 = R_2 \cdot J$$

$$J = \frac{U}{R_1 + R_2} \Rightarrow U_2 = R_2 \cdot \frac{U}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

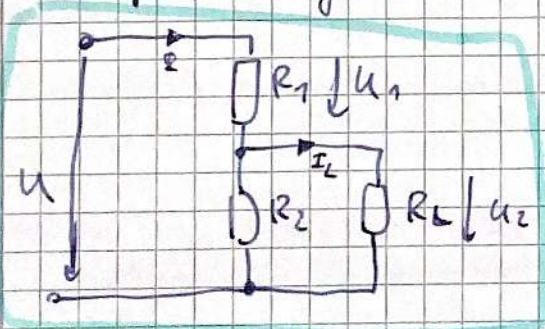
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{U_n}{U} = \frac{R_n}{\sum_{i=1}^n R_i}$$

$R_{\text{ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ alles multiplizieren
bei Parallelschaltung
alles addieren

Schrag Spannungsteiler

belastet



$$J_2 = \frac{U_2}{R_L} = \frac{R_2 \cdot U}{R_1(R_2 + R_L) + R_2 \cdot R_L}$$

$\rightarrow R_L \cdot U, R_2$ zu einem Ersatzwiderstand zusammenfassen

Stromteiler

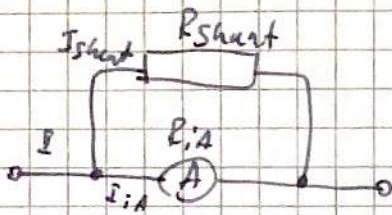
$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Summe der anderen Widerstände

gesuchter Widerstand

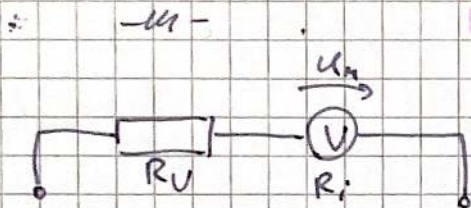
Strom- und Spannungsmessung II

Messbereichserweiterung - Strom



$$I = I_A \cdot \frac{R_{shunt} + R_{iA}}{R_{shunt}}$$

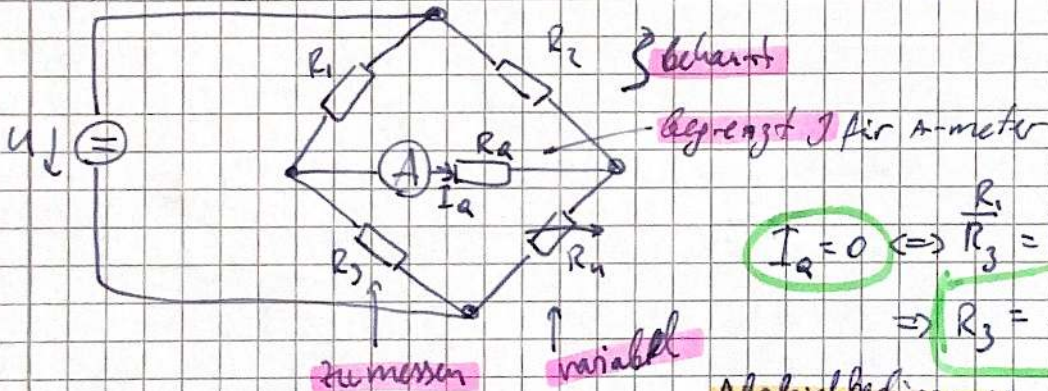
- Spannung



$$U = U_m \cdot \frac{R_i + R_V}{R_i}$$

(Spannungsteilung)

Wheatstone'sche Brücke (Brückenschaltung)



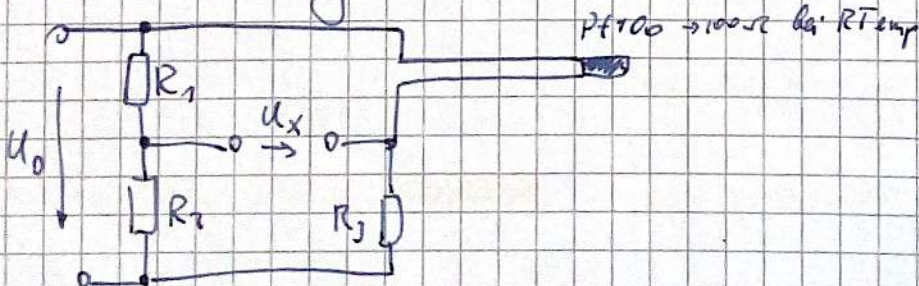
$$I_g = 0 \Leftrightarrow \frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \Rightarrow R_3 = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_2}$$

Abgleichbedingung:

$$\frac{R_3}{R_1 + R_3} = \frac{R_4}{R_2 + R_4}$$

(für Spannung genauso)

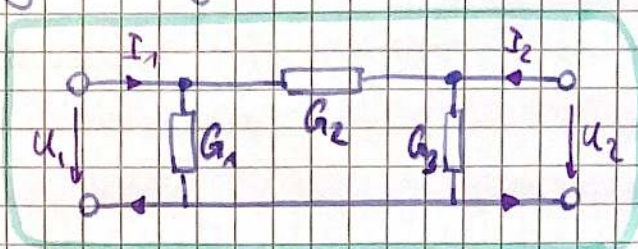
Temperaturmessung



Analyse linearer Netzwerke III

Darstellung von Zweifern

T-Form:



$$U_2 = 0V \Rightarrow I_2 = -U_1 \cdot G_2$$

$$U_1 = 0V \Rightarrow I_1 = -U_2 \cdot G_2$$

$$Y = \begin{pmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 + G_3 \end{pmatrix}$$

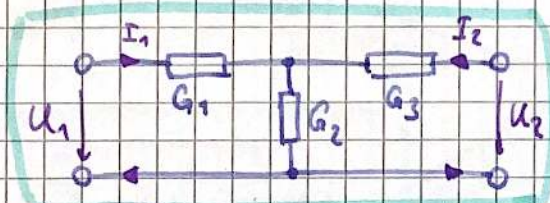
$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

$$Y_{11} = \frac{I_1}{U_1} \Big|_{U_2=0V} = G_1 + G_2$$

$$Y_{21} = \dots$$

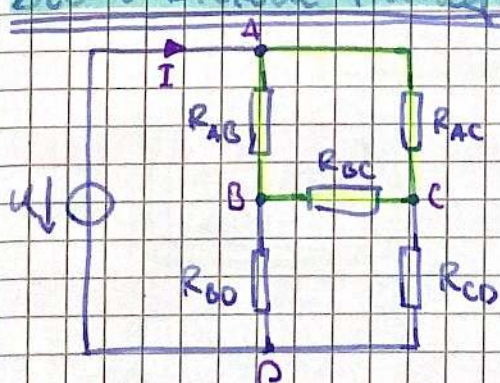
...

T-Form:

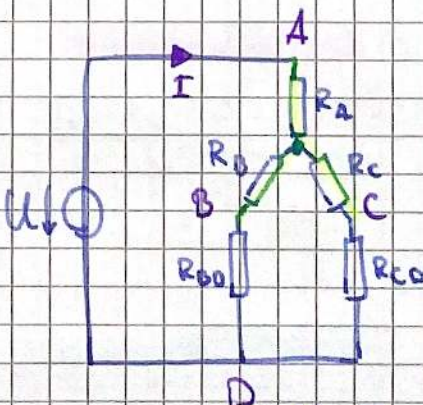
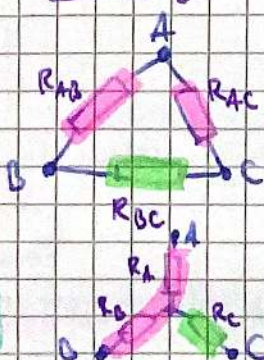


$$Y = \frac{1}{G_1 + G_2 + G_3} \cdot \begin{pmatrix} G_1(G_2 + G_3) & -G_1 G_3 \\ -G_1 G_3 & G_3(G_1 + G_2) \end{pmatrix}$$

Stern-Dreieck-Transformation



nicht zusammenföhrbar!



zusammenföhrbar!

$$R_A = \frac{R_{AC} \cdot R_{AB}}{R_{AC} + R_{AB} + R_{BC}}$$

$$R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A R_B}{R_C}$$

Analyse linearer Netzwerke IV

Superpositionsprinzip

► Berechnung der Spannung über einzelnen Bauteil

① jede Quelle einzeln betrachten

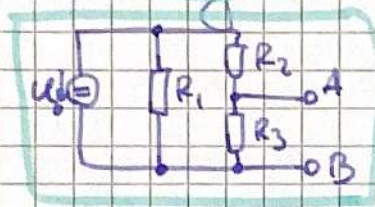
② Alle anderen Quellen gleich Null setzen

(U-Quelle = Kurzschluss
I-Quelle = offene Klemme)

③ Einwirkungen einzelner Quellen addieren

Ersatzquelle & Innenwiderstand

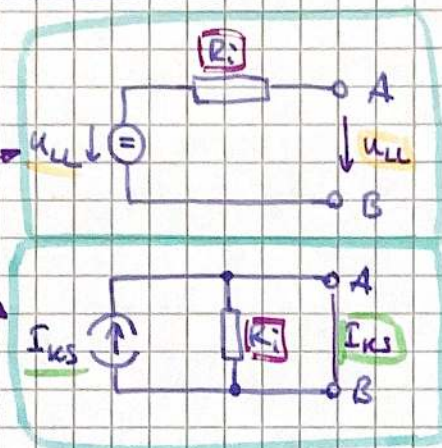
Schaltung



a) Kreislaufspannung

→ A/B = offene Klemme

$$U_{LL} = U_{AB}$$



b) Widerstand aus Klemmsicht

→ jede Quelle ideal

$$R_i = R_{ges}$$

c) Kurzschlussstrom

→ A/B = Kurzschluss

$$I_{KS} = I_{AB}$$

außerdem: $R_i = \frac{U_{LL}}{I_{KS}}$

Leistungsanpassung

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{last}}{P_{genant Quelle}}$$

$$\eta_{max} = 50\% \text{ bei } R_{last} = R_i$$

minimale Leistung

Leistungsanpassung

► Spannungsquelle:

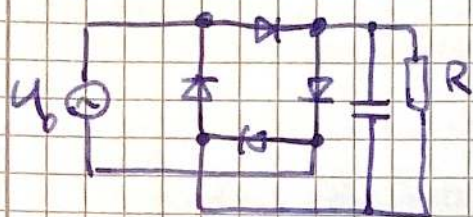
$\eta = 100\%$, wenn $R_i = 0$

oder $R_{last} = \infty$

► Stromquelle umgekehrt

Diode

15:10

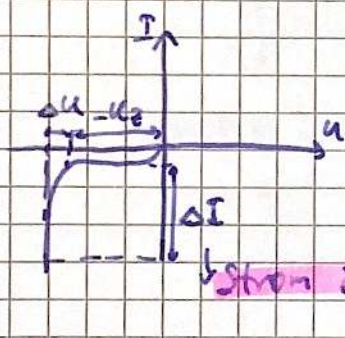
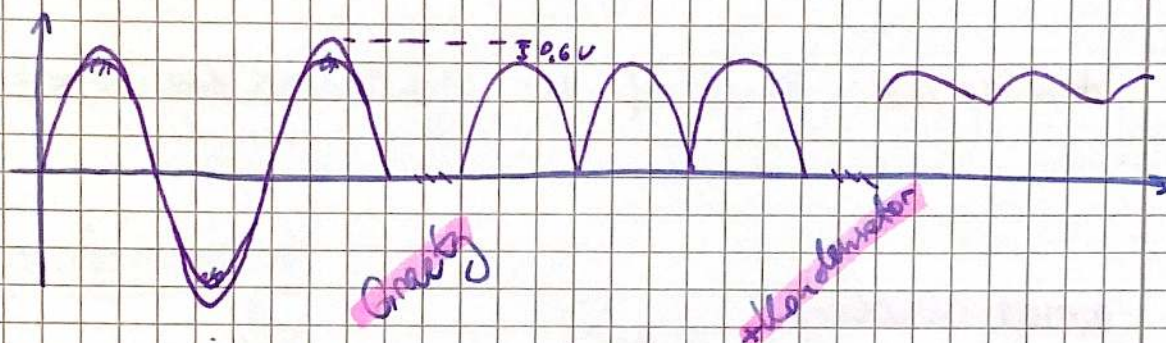


Brückenschaltung nach Graetz

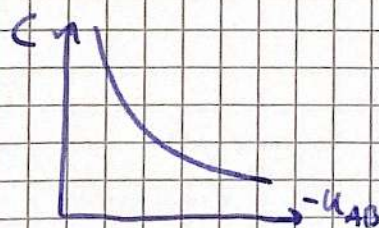
0,6V über jede Diode

$\rightarrow u_o = 1,2V$ am R

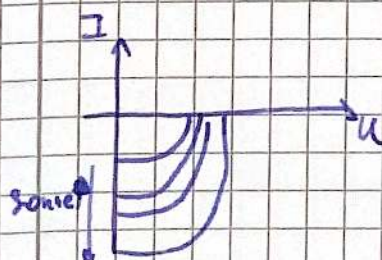
Kondensator
 $\rightarrow$ Tiefpassfilter / Glättungselement



Zenerdiode

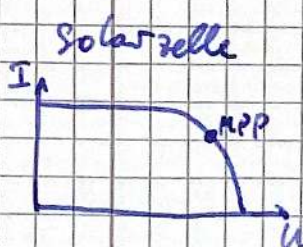


Kapazitätsdiode



Photodiode

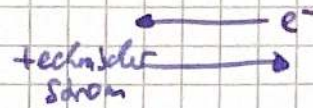
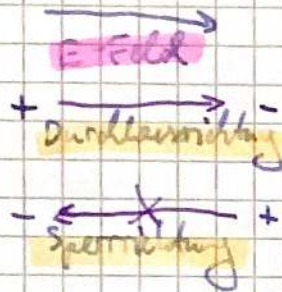
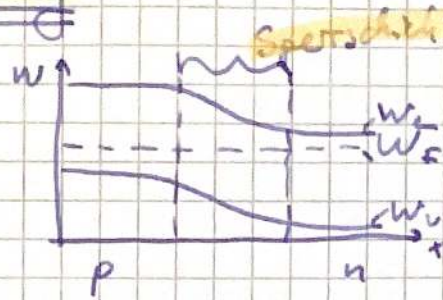
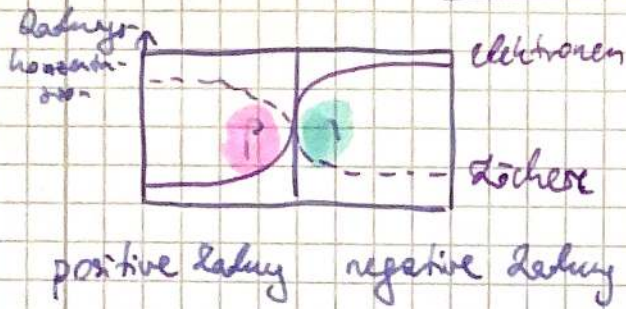
$I \sim$ Einstrahlung I_0



Leuchtdiode

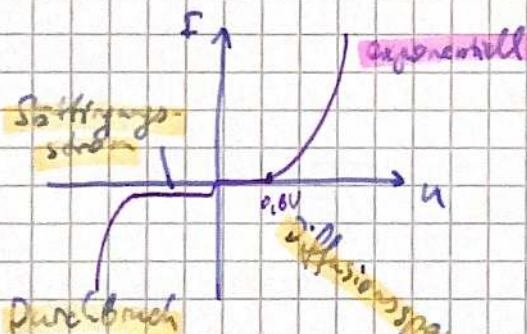
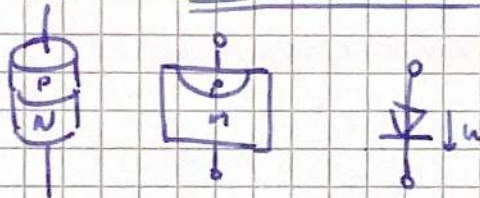


pn-Übergang



Diffusionspannung **0,6V**
(bei Silizium)
→ ab dann fließt Strom

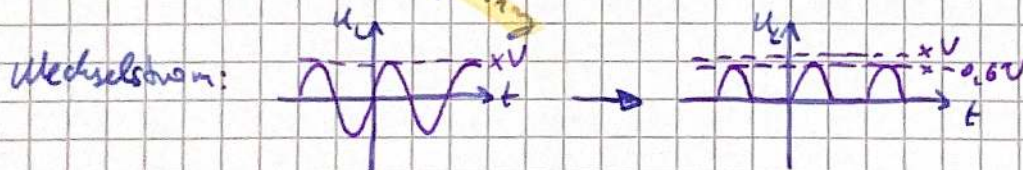
Kennlinien von Dioden



Shockley Gleichung

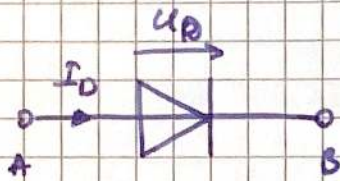
$$I(U) = I_s \cdot \left[\exp\left(\frac{e \cdot U}{k_B \cdot T}\right) - 1 \right]$$

T = Temperatur absolut
 k_B = Stefan-Boltzmann-const



Dioden Übungen

Diode sperrt

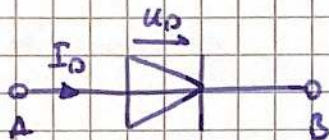


$$\begin{cases} u_D < 0,6V \\ I_D = 0A \end{cases}$$

Ersatzschaltbild:

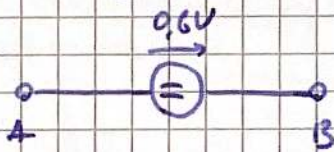


Diode leitet



$$\begin{cases} u_D = 0,6V \\ I_D > 0A \end{cases}$$

Ersatzschaltbild:

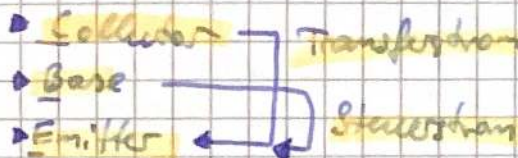
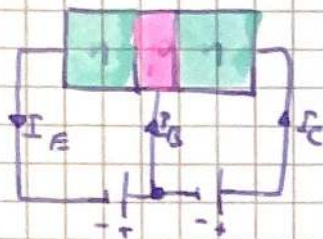


Bipolartransistoren

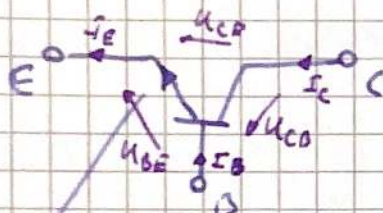
S:11

n-p-n-Transistor

- + -



B-E-Diode → Durchlass
E-B-Diode → Sperr

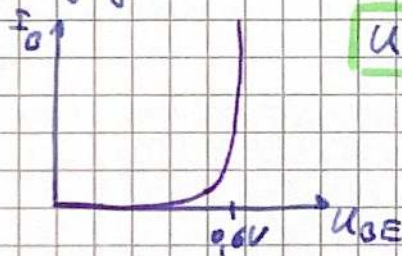


pnp Pfeil andersrum

$$I_E = I_B + I_C$$

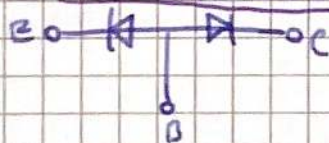
$$U_{CE} = U_{CB} + U_{BE}$$

Eingangskennlinie

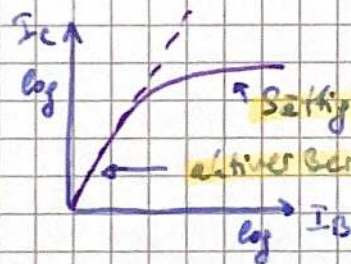


$U_{BE} = 0,6V$ wenn leitet

Lineare Verstärkung
nur Veranschaulichung!



Stromkennlinie



$$I_C \approx \beta \cdot I_B$$

Charakteristike d. Bauteil
→ Datenblatt

Transistor im Sperrbereich

$$U_{BE} < 0,6V$$

$$I_B = I_C = I_E = 0A$$

Transistor im aktiven Bereich

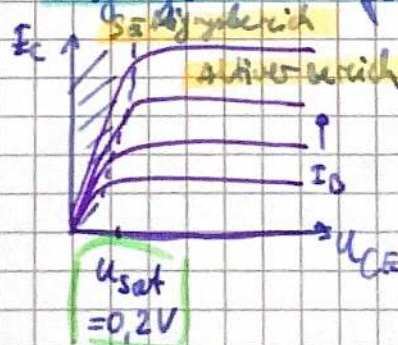
$$U_{BE} = 0,6V$$

$$U_{CE} \rightarrow U_{sat} = 0,2V$$

$$I_C = \beta \cdot I_B$$

$$I_E = I_C + I_B \approx I_C$$

Ausgangskennlinienfeld



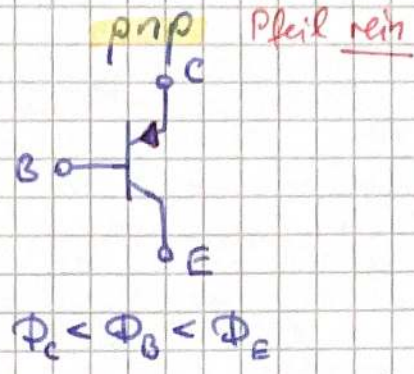
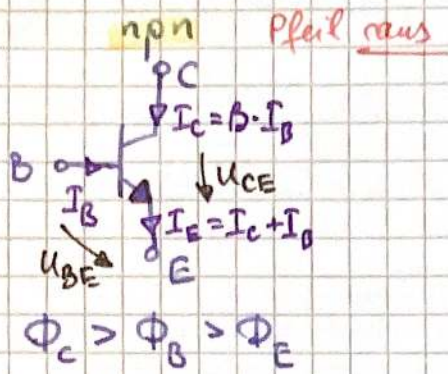
Transistor im Sättigungsbereich

$$U_{BE} = 0,6V \wedge U_{CE} \approx U_{sat} = 0,2V \wedge I_C < 0,1 I_B$$

$$I_E = I_C + I_B \approx I_B$$

Bipolartransistoren - Übungen

S. 11



Zustand	spannt	aktiver Bereich	Sättigungsbereich
Bedingungen	$\Phi_B - \Phi_E < 0,6V$ $U_{BE} < 0,6V$	$\Phi_B - \Phi_E \geq 0,6V$ $U_{BE} \geq 0,6V$ $U_{CE} > 0,2V$ $I_C \approx \beta \cdot I_B$	$U_{CE} \approx 0,2V$ $I_C < \beta \cdot I_B$
Gleichungen	$I_E = I_B = I_C = 0A$	$I_E = I_C + I_B$	
Ersatzschaltbilder			
Leistung	$P = 0$	$P = I_B \cdot U_{BE} + I_C \cdot U_{CE}$ $P = I_B \cdot (U_{BE} + \beta \cdot U_{CE})$	$P = I_B \cdot U_{BE} + I_C \cdot U_{CE(0,2V)}$

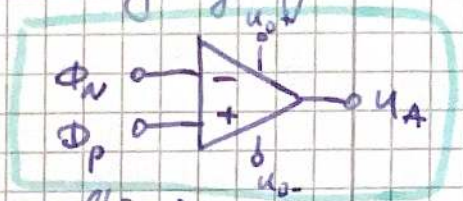
Operationsverstärker

Differenzverstärker

- Verstärkung der Differenz zweier Eingangssignale
- Transistoren

Idealer OPV:

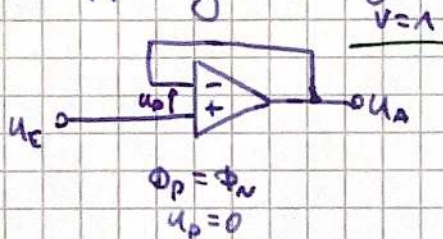
real: meist 10^6



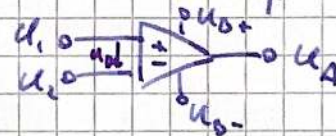
- Verstärkungsfaktor $V_0 = \infty$ | frequenzunabhängig
- Ströme in Eingänge = Null (Eingangswiderstand = ∞)
- Gegenstandsverstärkung = ∞
- Gleichstandsverstärkung = 0
- Offset = 0
- Leckströme ≈ 0
- Ausgangswiderstand = 0



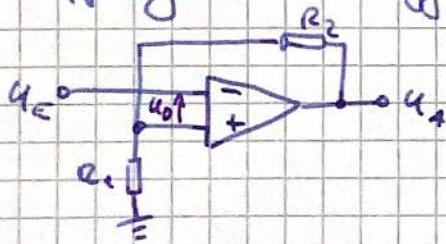
Gegenkopplung (Impedanzwandler)



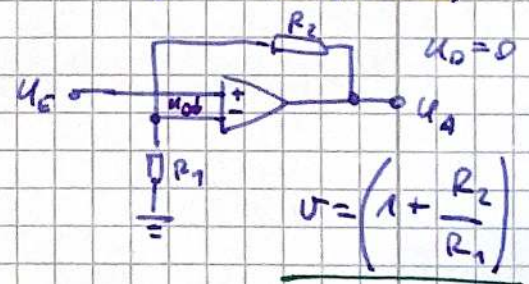
ohne Rückkopplung Komparator



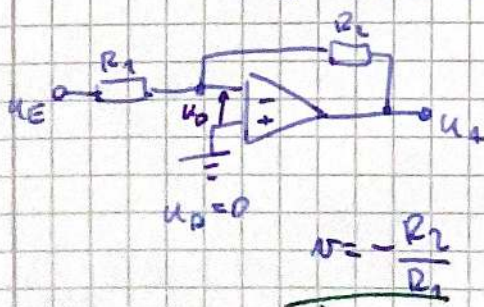
Mitkopplung (Schmitt-Trigger)



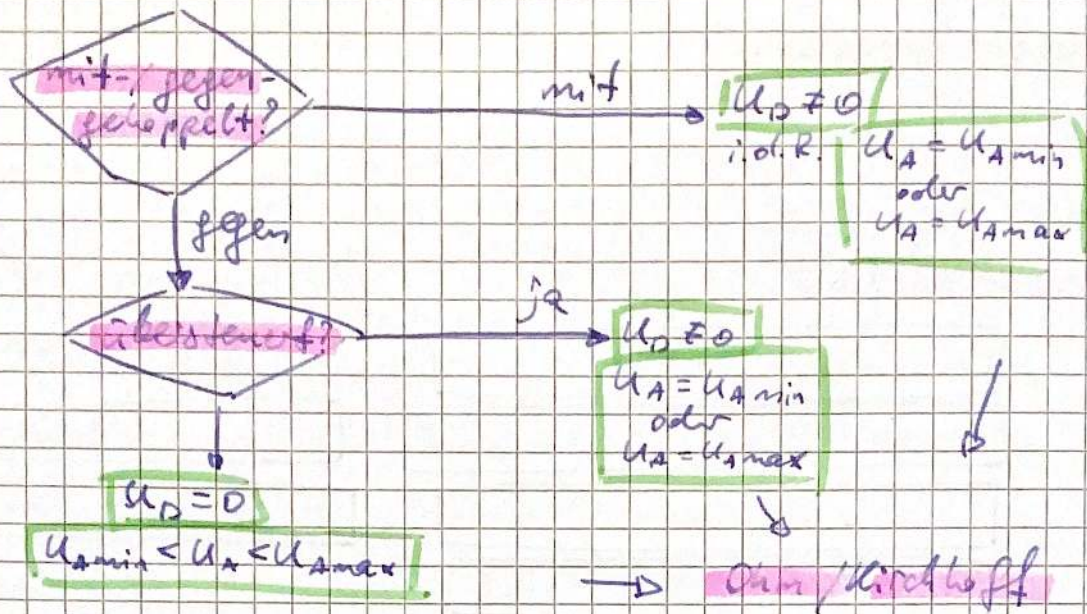
Gegenkopplung (nichtinvertierender Verstärker)



Gegenkopplung (invertierender Verstärker)



Operationsverstärker Rechnen



Ersetzschaltung

